

# Modélisation par champ de phase des métamorphoses de gradient de température

Atelier Neige – Automne 2017: 20/10/2017

Rémi Granger (Doctorant) Sols, Solides, Structures et Risques (3SR) – Centre Nationale de Recherches Météorologiques /Centre d'Études de la Neige (CNRM/CEN)

Directeurs de thèses:

Christian Geindreau (3SR)

Frédéric Flin (CNRM/CEN)

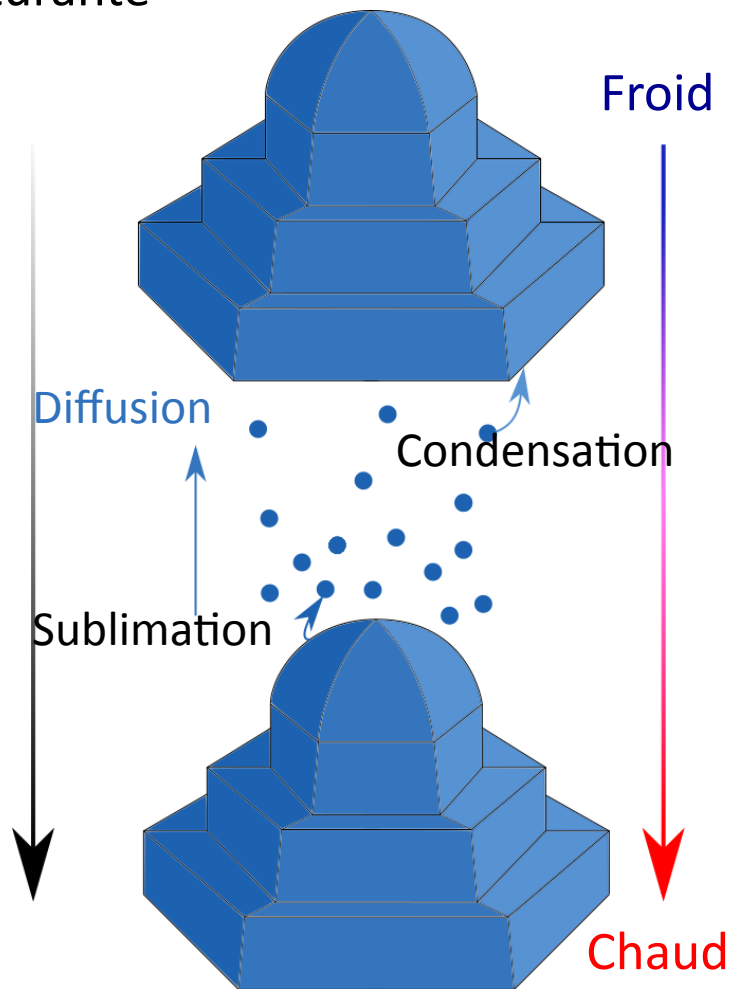


- Contexte et position du problème
- Méthode des champs de phases
- Validations
- Simulations

# La métamorphoses de gradients de température

Gradient de pression de vapeur saturante

Gradient de température



Relation de Hertz-Knudsen:

Masse volumique de vapeur d'eau à saturation

$$v_n = \frac{1}{\beta} \left( \frac{\rho_v - \rho_{vs}(T)}{\rho_{vs}(T)} - d_0 K \right)$$

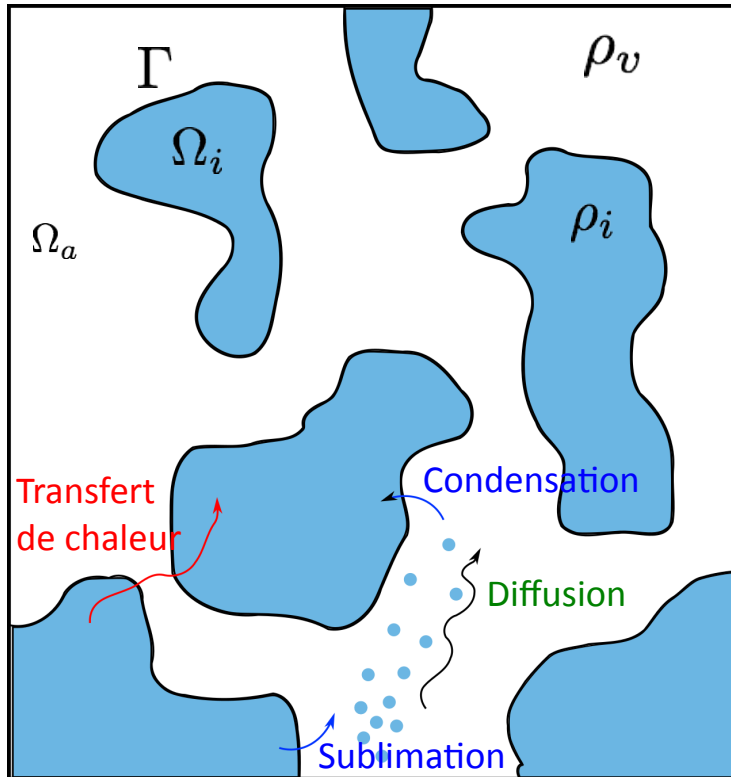
Coefficient cinétique: dépend de l'orientation cristalline

Courbure locale

Longueur capillaire

# Physiques des métamorphoses de gradient de température

Problèmes aux limites:



- Dans l'air  $\Omega_a$

Diff. chaleur  $C_a \partial_t T = \kappa_a \Delta T$

Diff. vapeur  $\partial_t \rho_v = D_v \Delta \rho_v$

- Dans la glace  $\Omega_i$

Diff. chaleur  $C_i \partial_t T = \kappa_i \Delta T$

- Sur l'interface  $\Gamma$   
 $[T] = 0$

Conserv. Energie  $[\kappa \nabla T] = Lv_n$

Conserv. masse  $D_v \nabla \rho_v = \rho_i v_n$

Avec

$$v_n = \frac{1}{\beta} \left( \frac{\rho_v - \rho_{vs}(T)}{\rho_{vs}(T)} \right)$$

Changement de phase

# Résolution par champs de phase

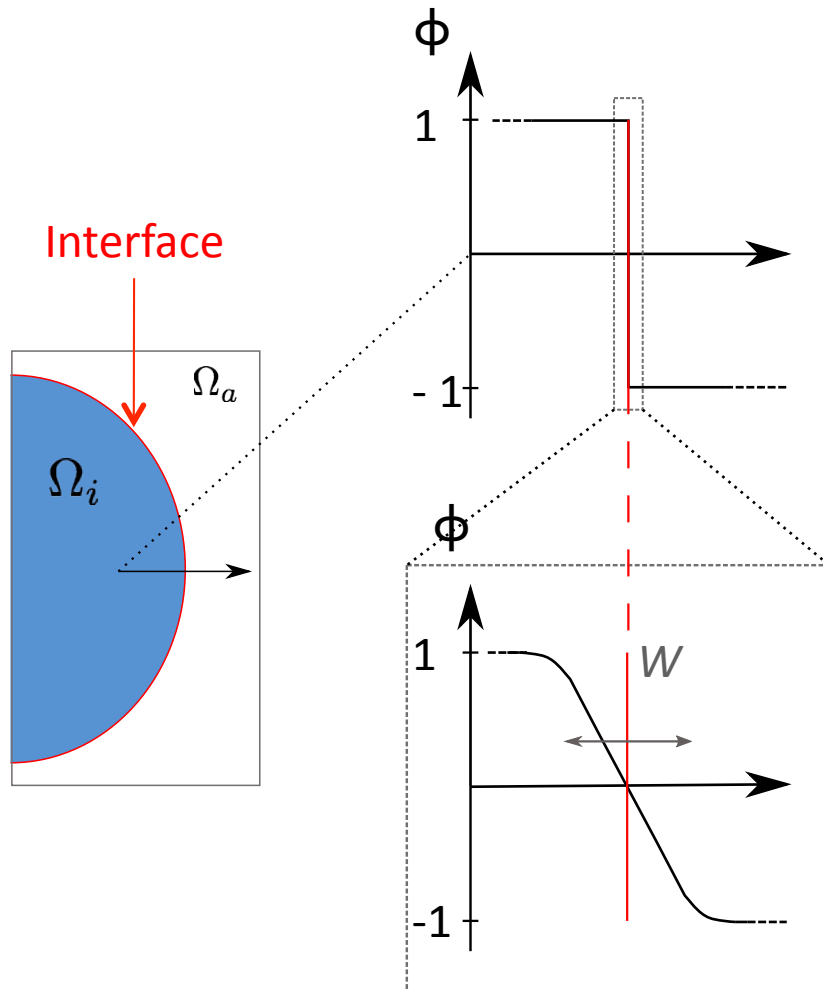
## Objectifs

- Représenter implicitement l'interface
- Se ramener à 1 seul domaine de résolution

- Propriétés matériaux interpolées:

$$\kappa(\phi) = \kappa_i \frac{1 + \phi}{2} + \kappa_a \frac{1 - \phi}{2}$$

$$D(\phi) = D_v \frac{1 - \phi}{2}$$



Diffusion de la chaleur

$$C(\phi)\partial_t T = \nabla(\kappa(\phi)\nabla T) + \frac{L}{2}\partial_t\phi$$

Diffusion de la vapeur

$$\partial_t u = \nabla(D(\phi)\nabla u) - \frac{1}{2}\partial_t\phi \quad \text{Avec} \quad u = \frac{\rho_v - \rho_{vs}(T_0)}{\rho_i}$$

Évolution de l'interface

$$\tau\partial_t\phi = W^2\Delta\phi - \phi^3 + \phi + \lambda \left( \frac{\rho_v - \rho_{vs}(T)}{\rho_i} \right) (1 - \phi^2)^2$$

Avec

$$\lambda = \frac{5}{8}\sqrt{2}\frac{\rho_i}{d_0\rho_{vs}(T_0)}W \quad \text{et} \quad \tau = W^2\frac{\beta}{d_0} \quad (\text{isotrope ici})$$

Solution vérifie problèmes aux limites à  $o(W)$

# Condition de validité et verrous

Avec les valeurs des paramètres physiques:

$$o(W) \ll 1 \Leftrightarrow W \ll 10^{-6} \text{ m}$$

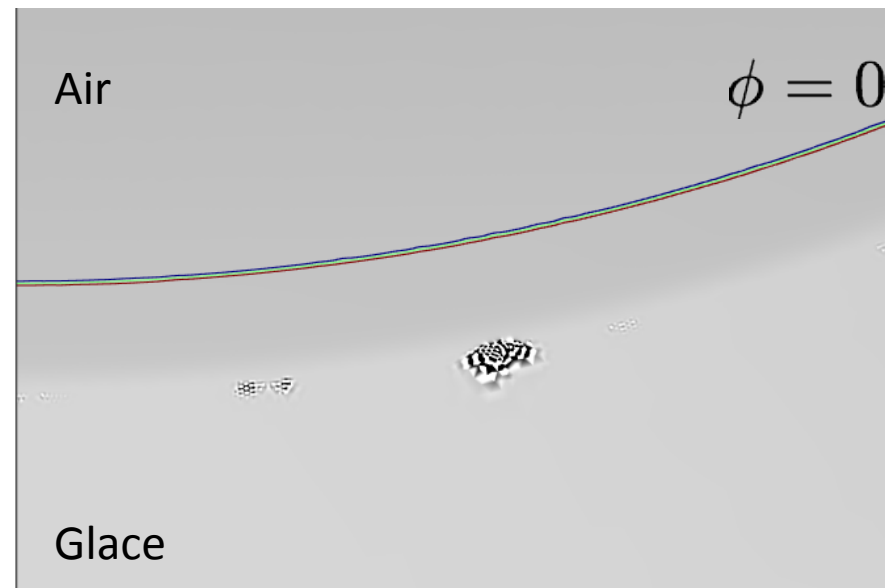
→ maillage très fin:

$$\frac{d_{\text{grain}}}{h_{\text{discretisation}}} \simeq 1000$$

$$\partial_t u = \nabla(D(\phi)\nabla u) - \frac{1}{2}\partial_t \phi$$

Avec  $D(\phi) \in [0, Dv]$

Fort contraste de diffusion: front allant de l'air vers la glace.

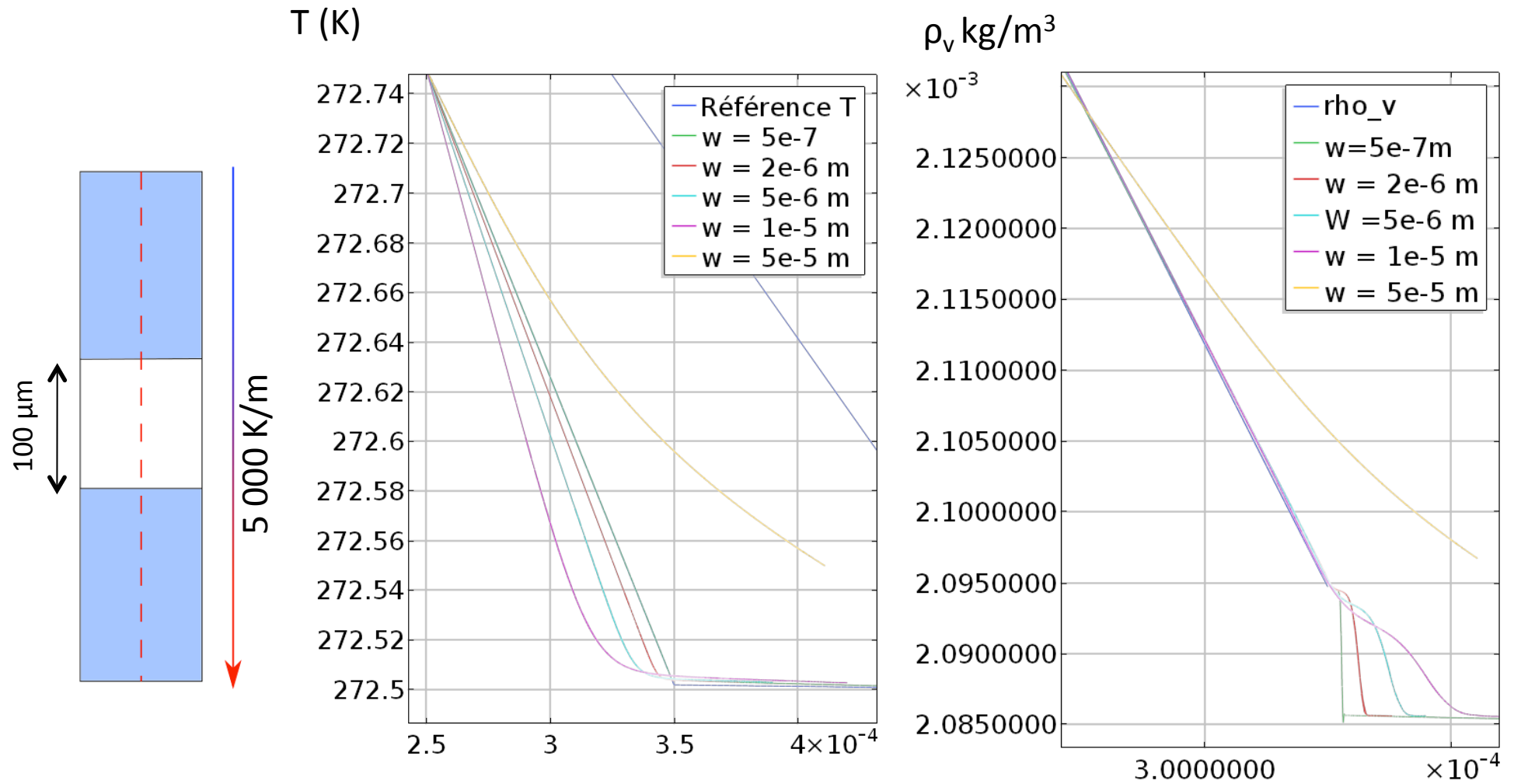




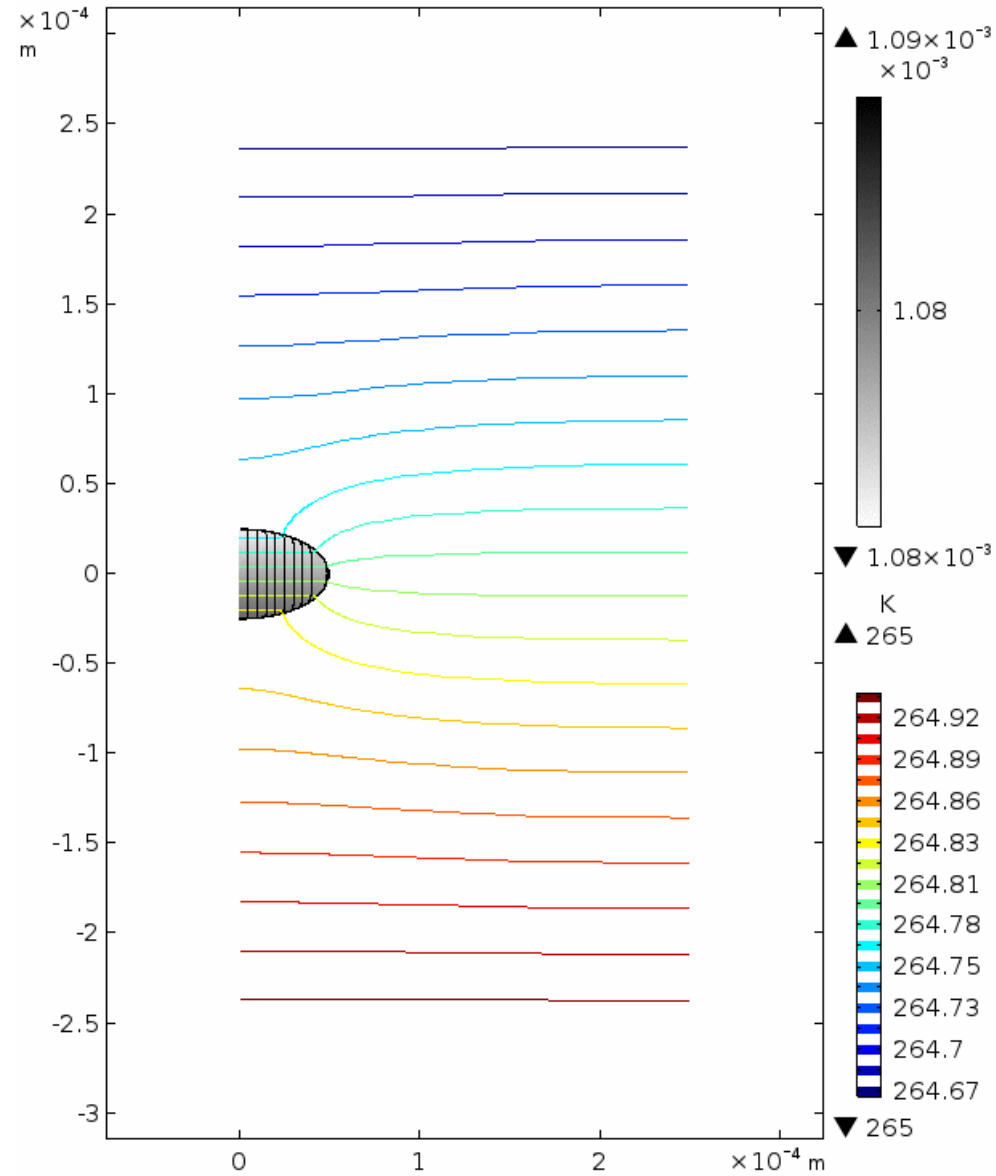
# Validations

# Évaluation 1D Comparaison problèmes aux limites

Comparaison avec solution du problème aux limites après 100s de simulation.



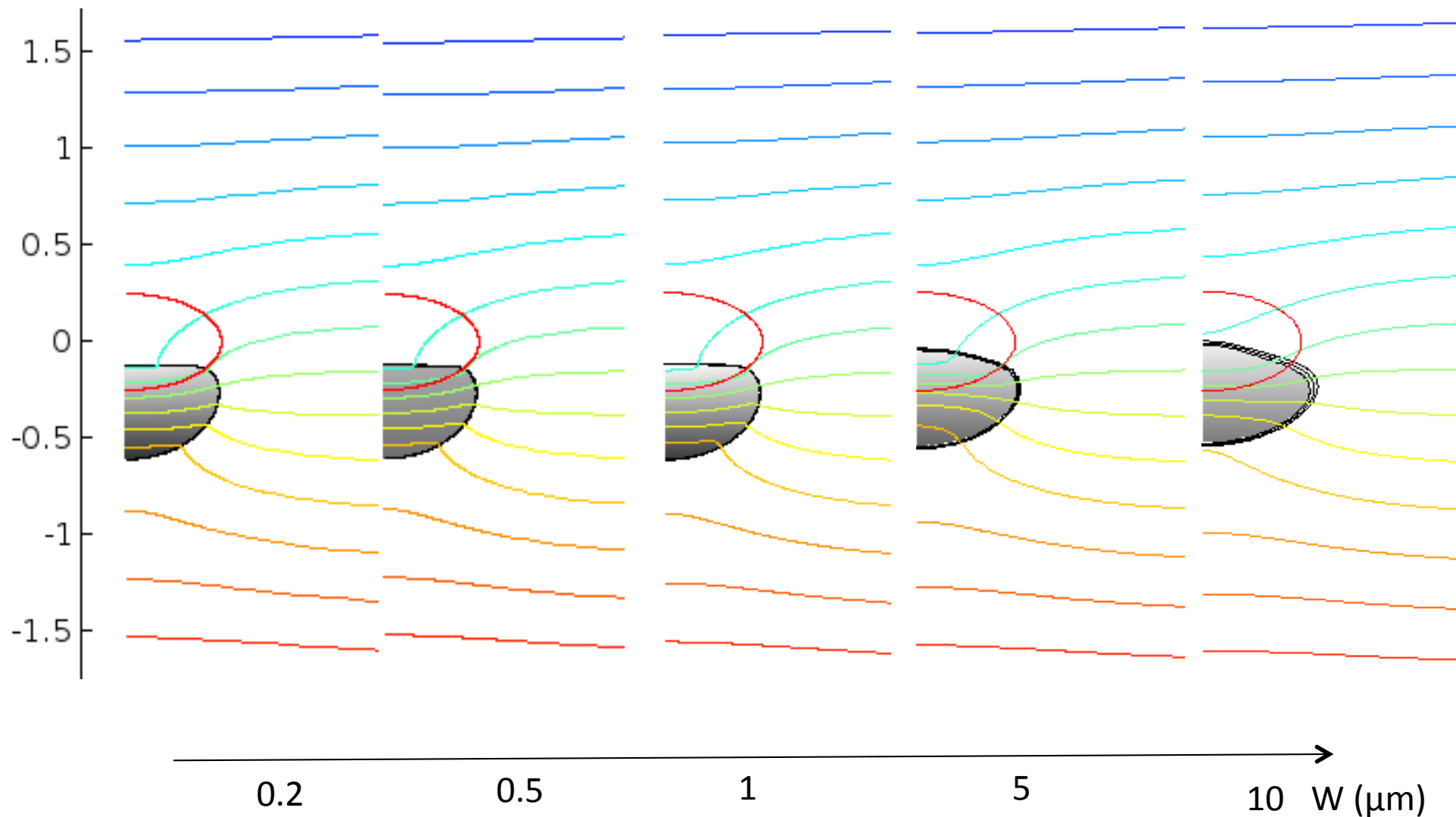
# Convergence 2D



W = 0.5  $\mu\text{m}$

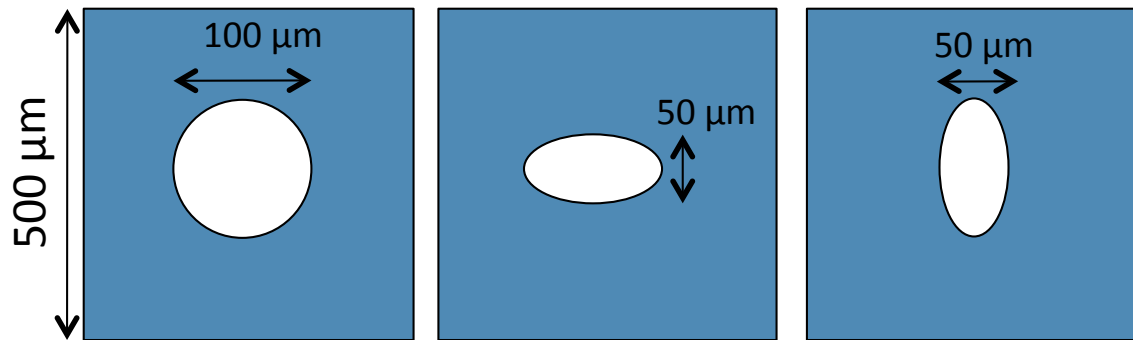
# Convergence dans le cas 2D

Après 20 000s de simulation

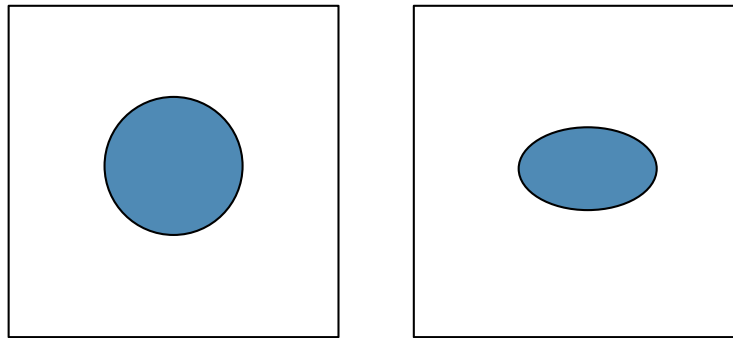


# Simulations

# Plan de simulations



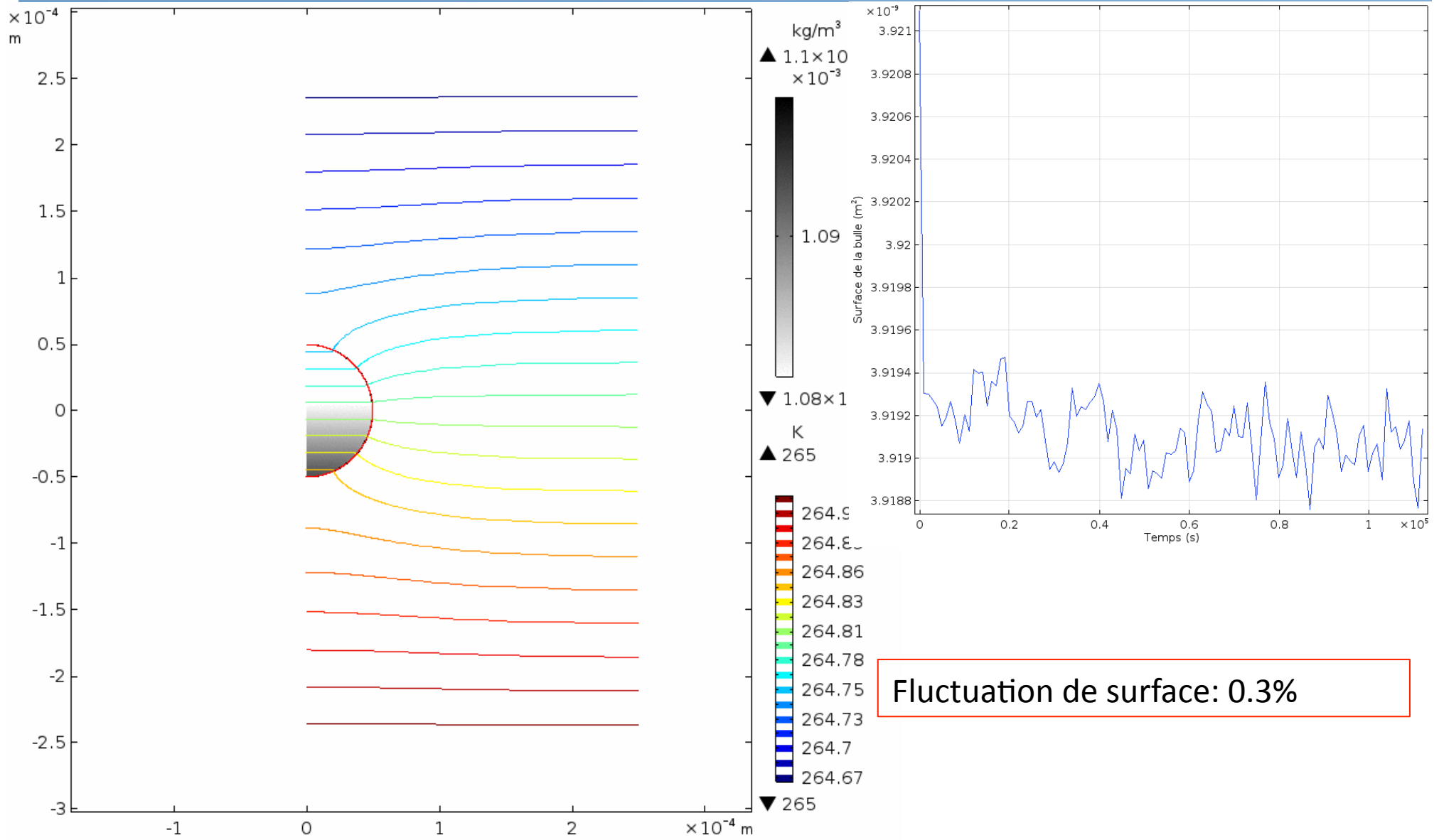
- T imposée en haut et bas
  - Gradient de 543 K/m
  - $T_{\text{moyen}} = 264.8 \text{ K}$
- Isolation sur les bords verticaux
- $\rho_v(t = 0) = \rho_{vs}(T, t = 0)$



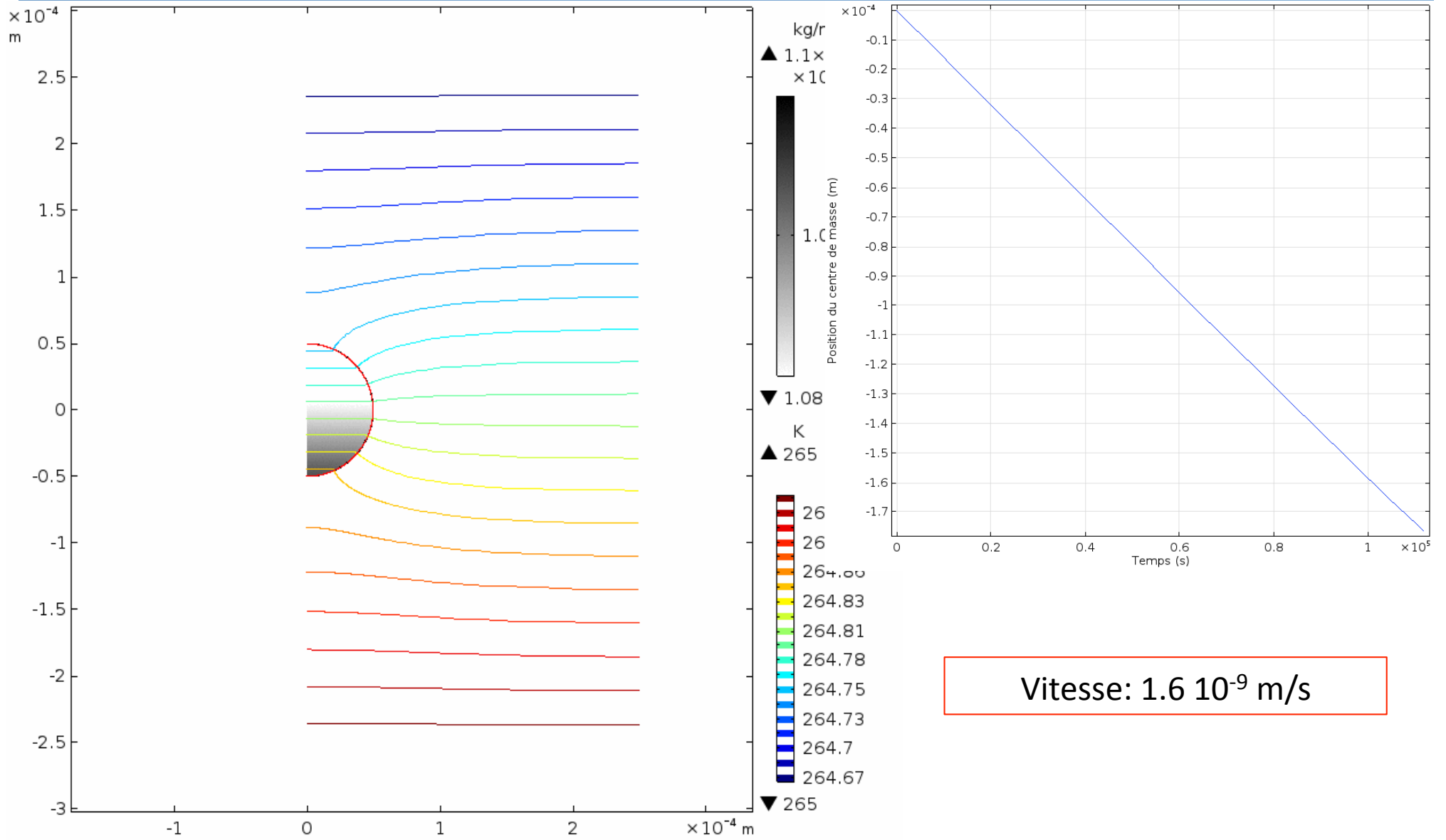
- T imposée en haut et bas
  - Gradient de 543 K/m
  - $T_{\text{moyen}} = 264.8 \text{ K}$
- Haut et bas :  
$$\rho_v = \rho_{vs}(T)$$
- Isolation sur les bords verticaux

- centre de masse
- déformation (Rapport des moments d'inertie)
- surface objet (= volume 2D)

# Cavité circulaire

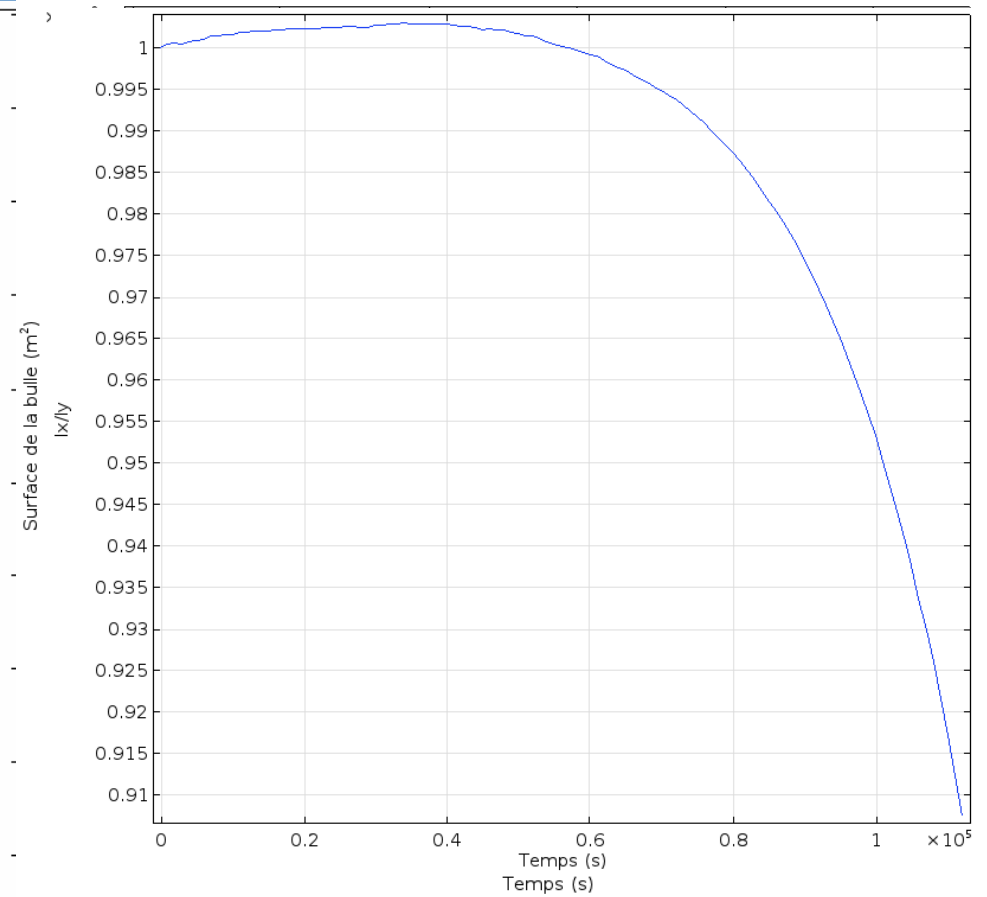
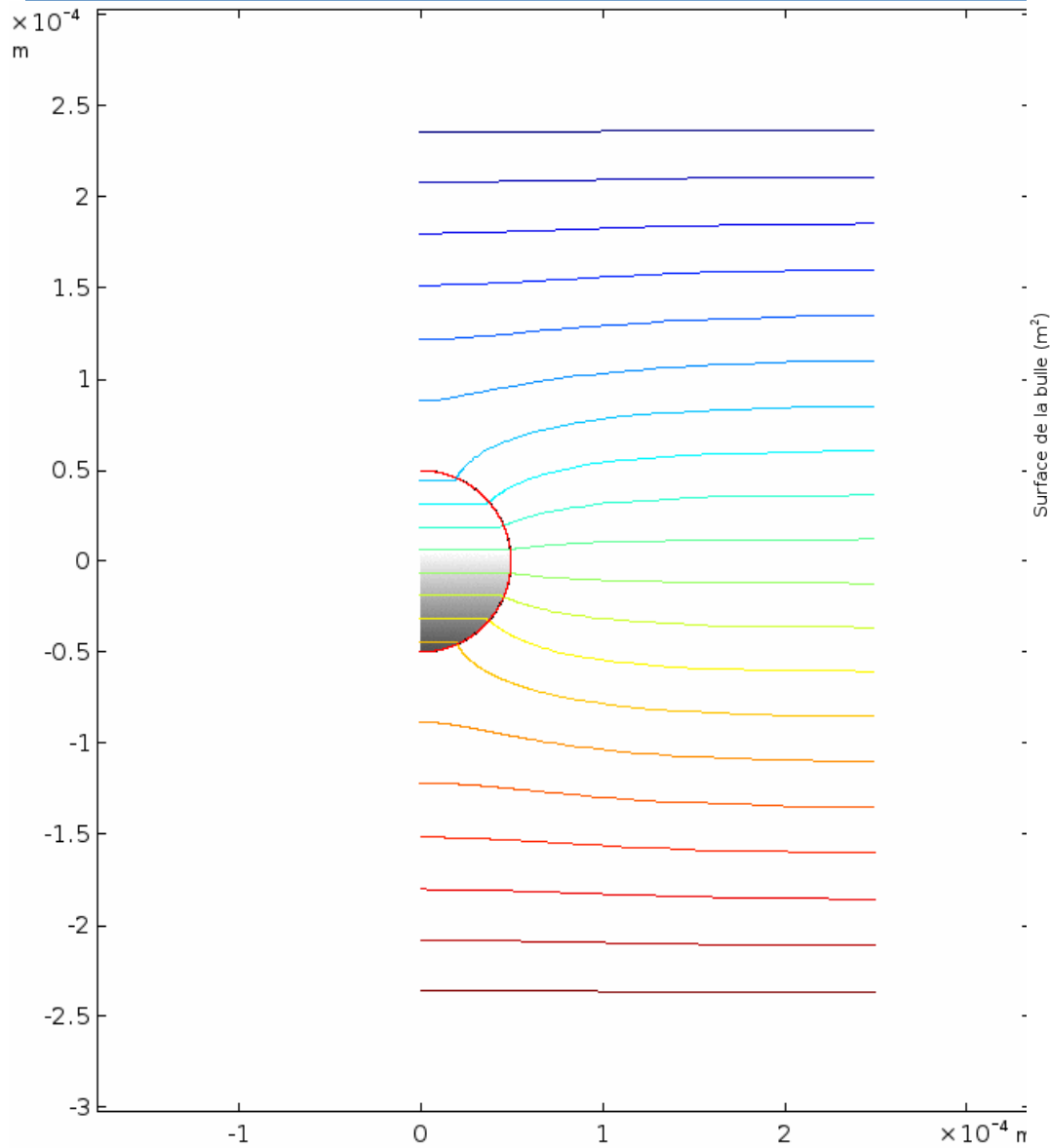


# Cavité circulaire



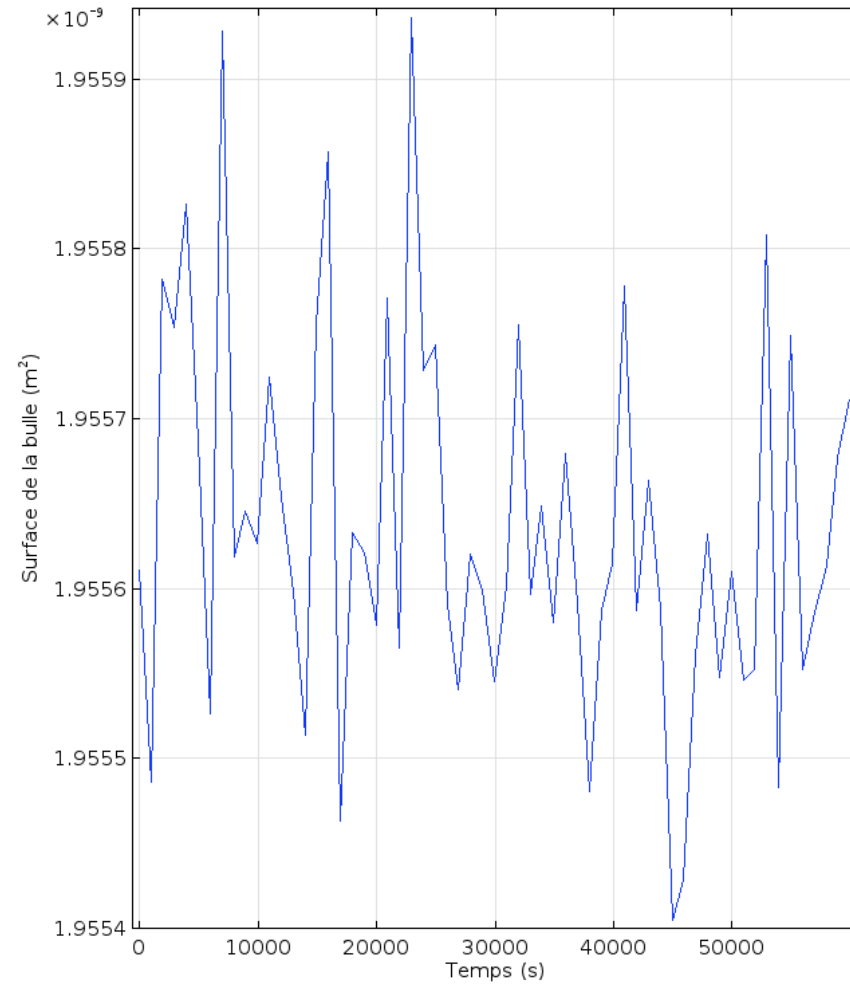
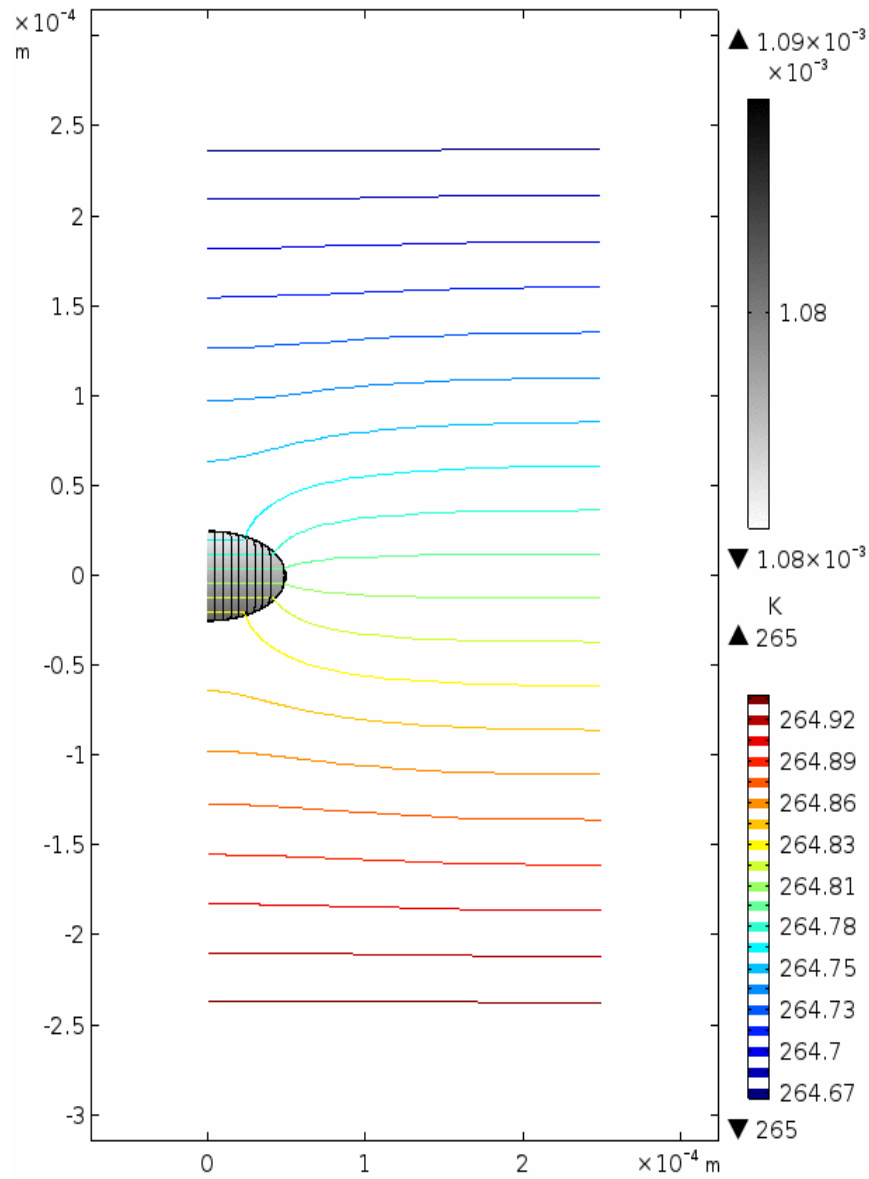


# Cavité circulaire



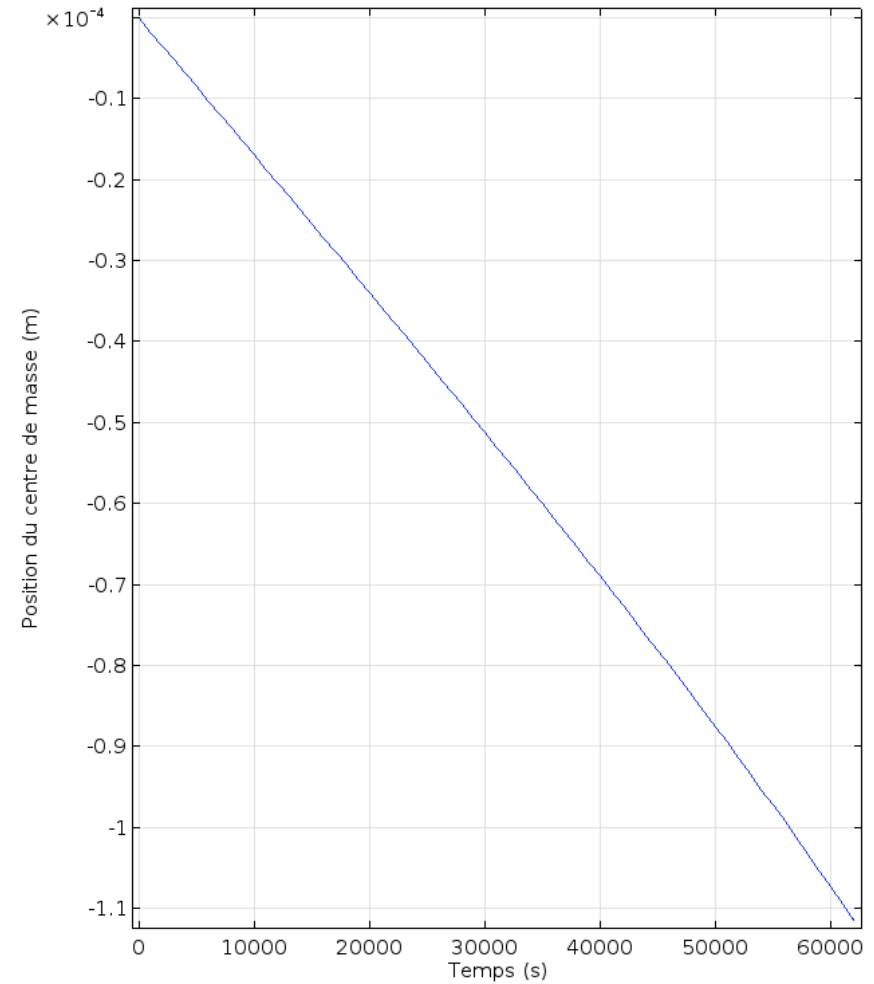
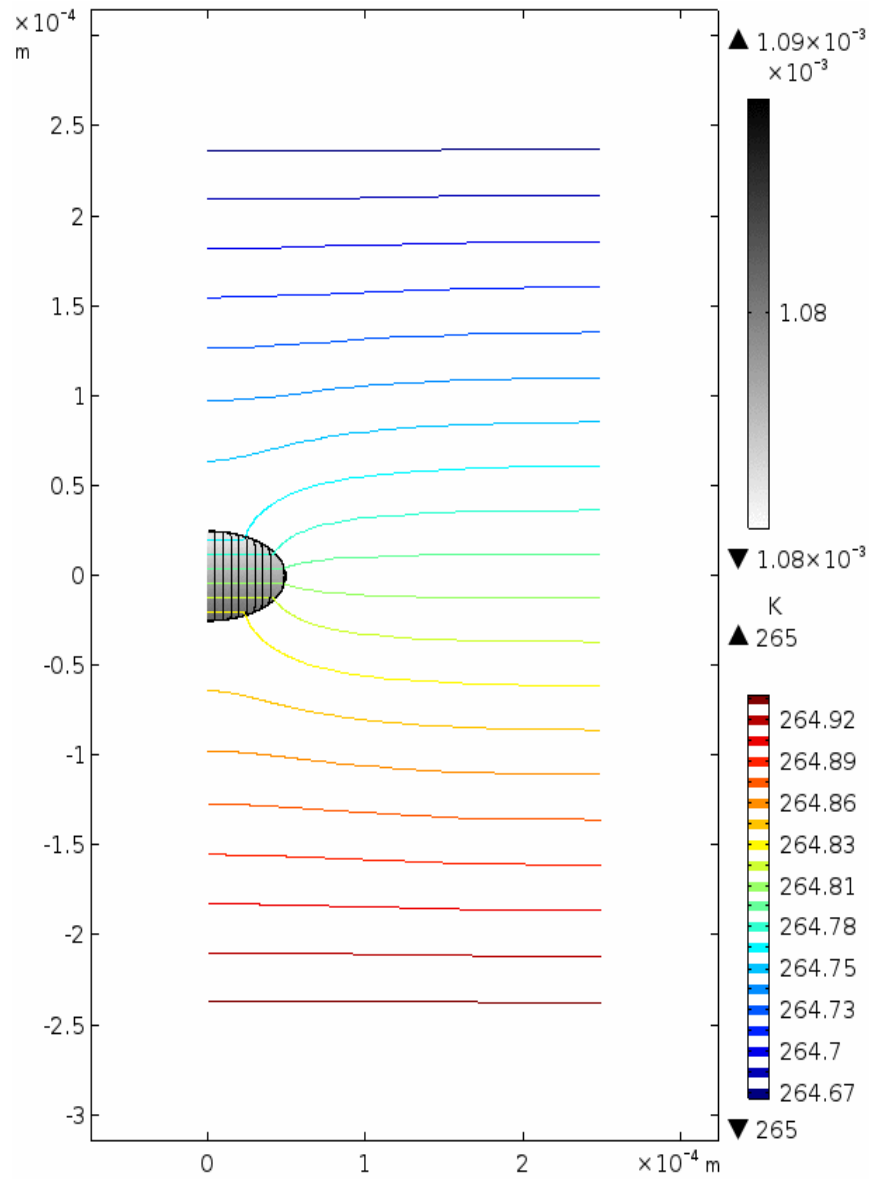
Variation Rapport des moments  
d'inertie : 10%, aplatissement

# Cavité elliptique horizontale



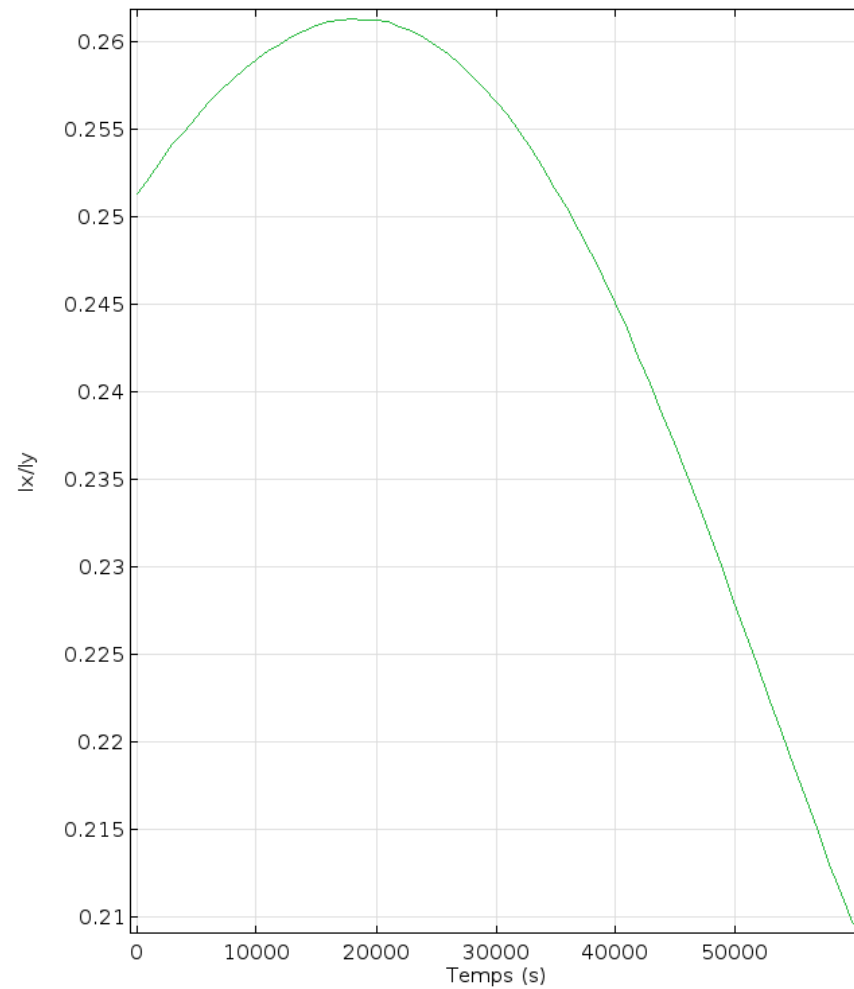
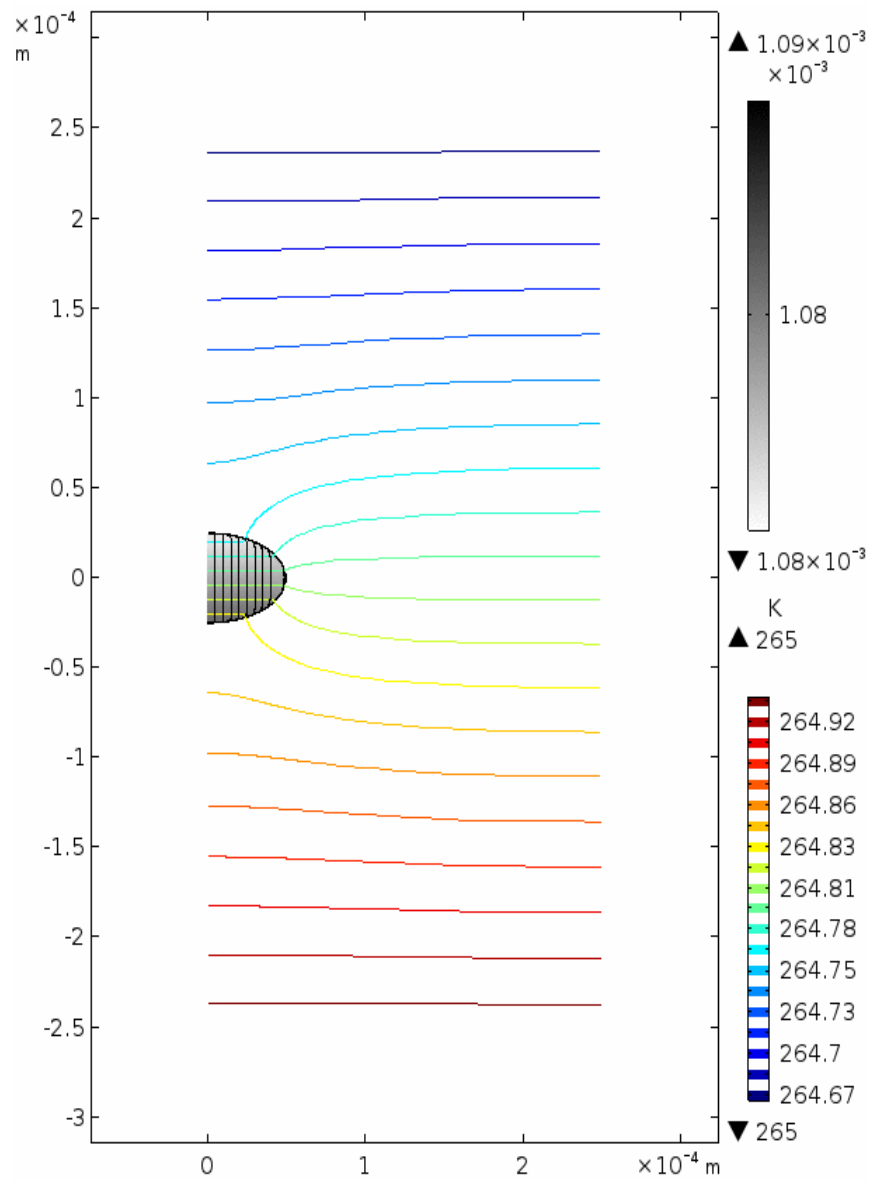
Fluctuations de surface (=Volume2D):  
0.025%

# Cavité elliptique horizontale



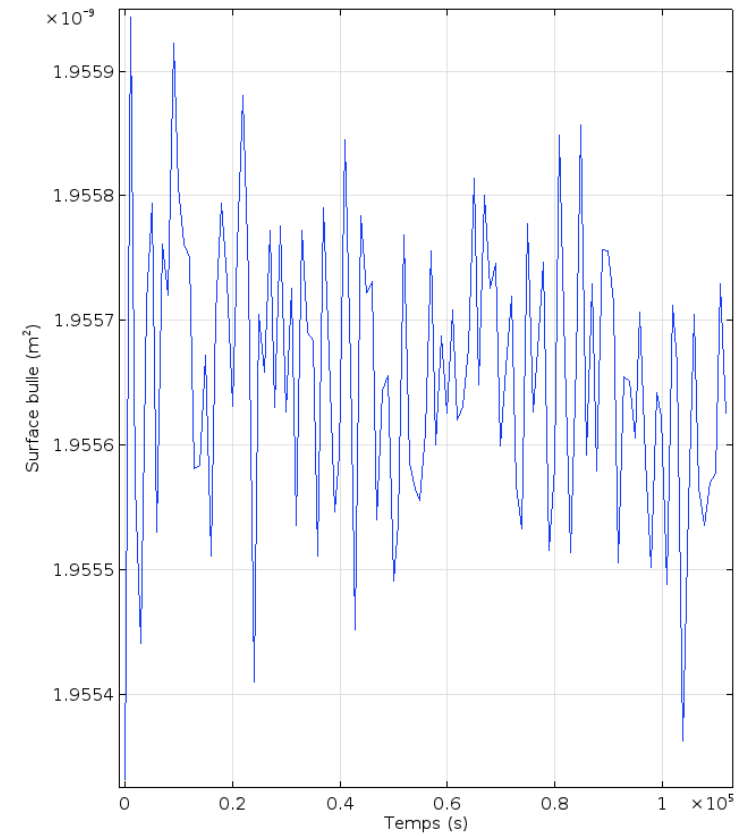
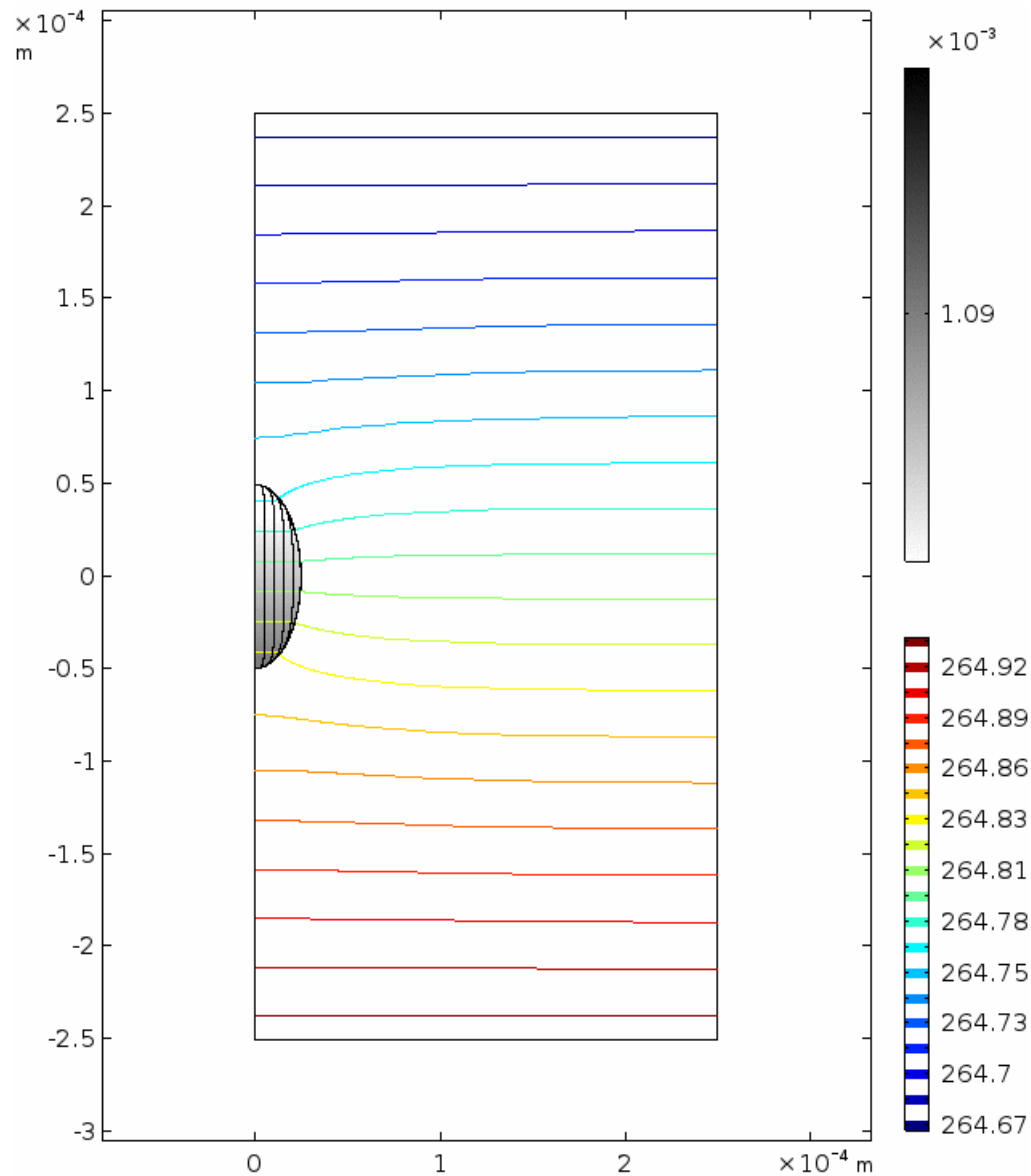
Vitesse:  $1.75 \times 10^{-9}$  m/s

# Cavité elliptique horizontale



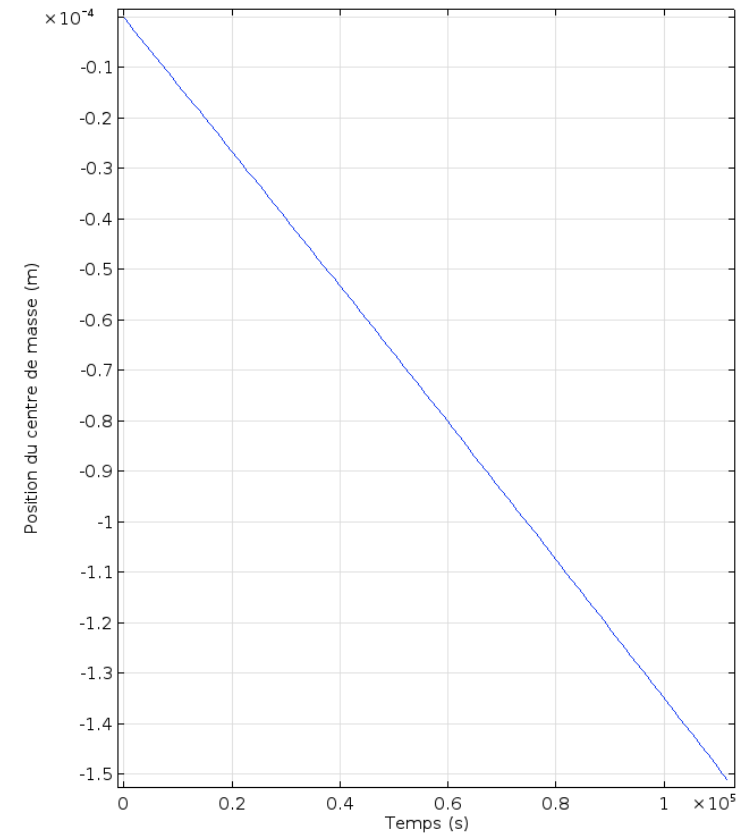
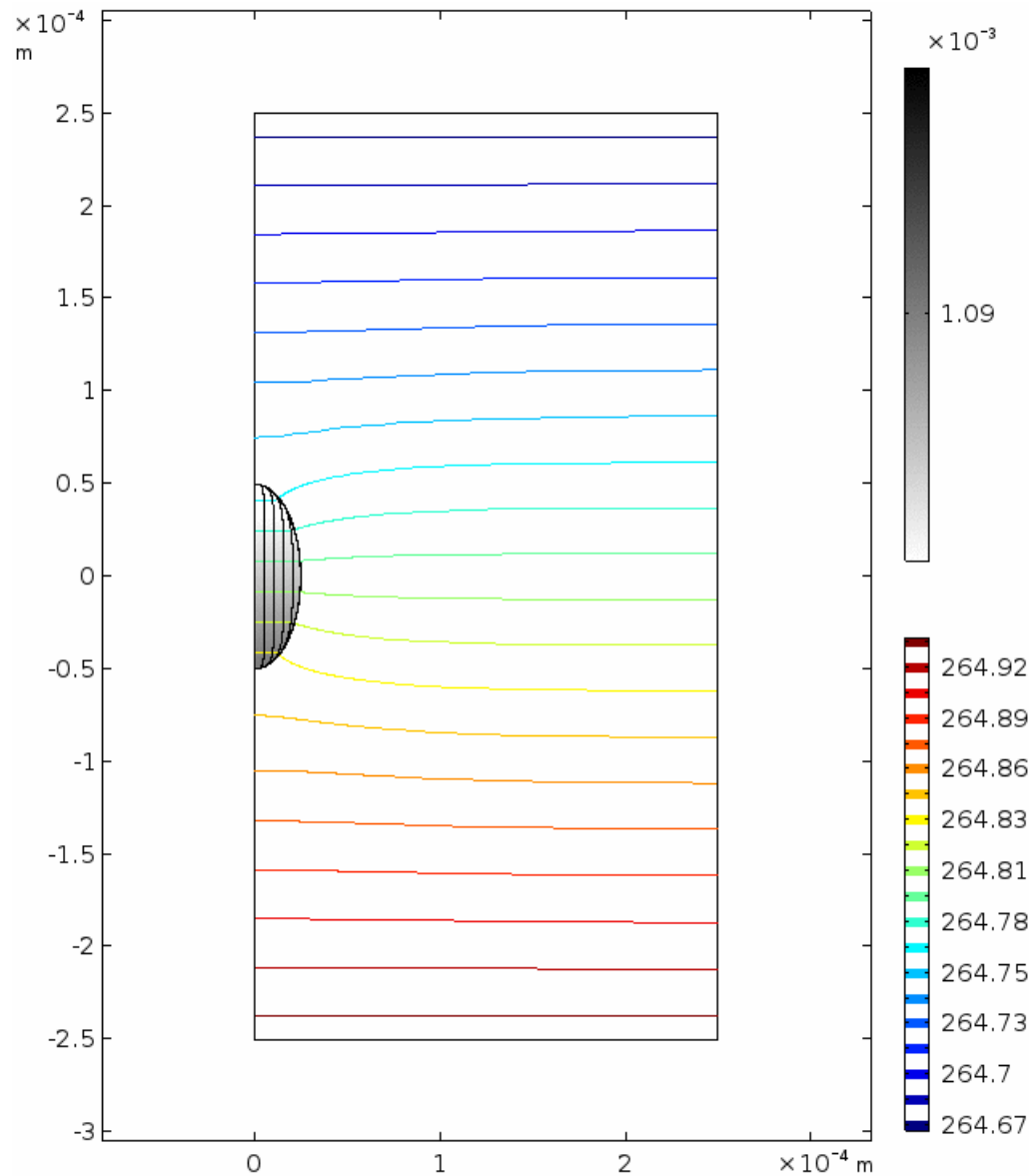
Variation rapport moments  
d'inerties : 20%, aplatissement

# Cavité elliptique verticale



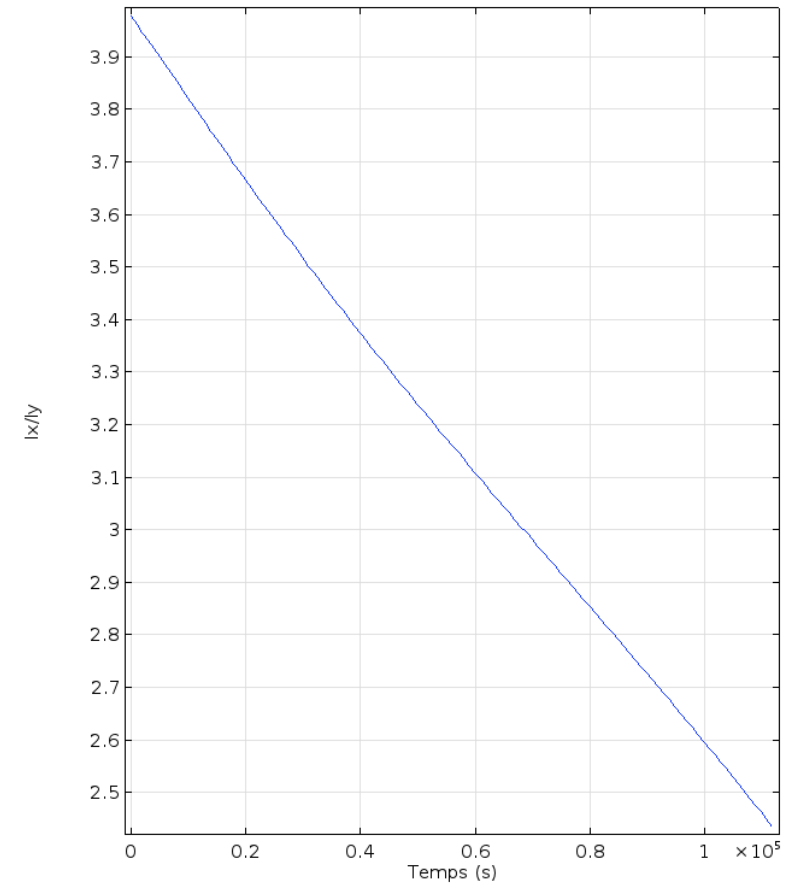
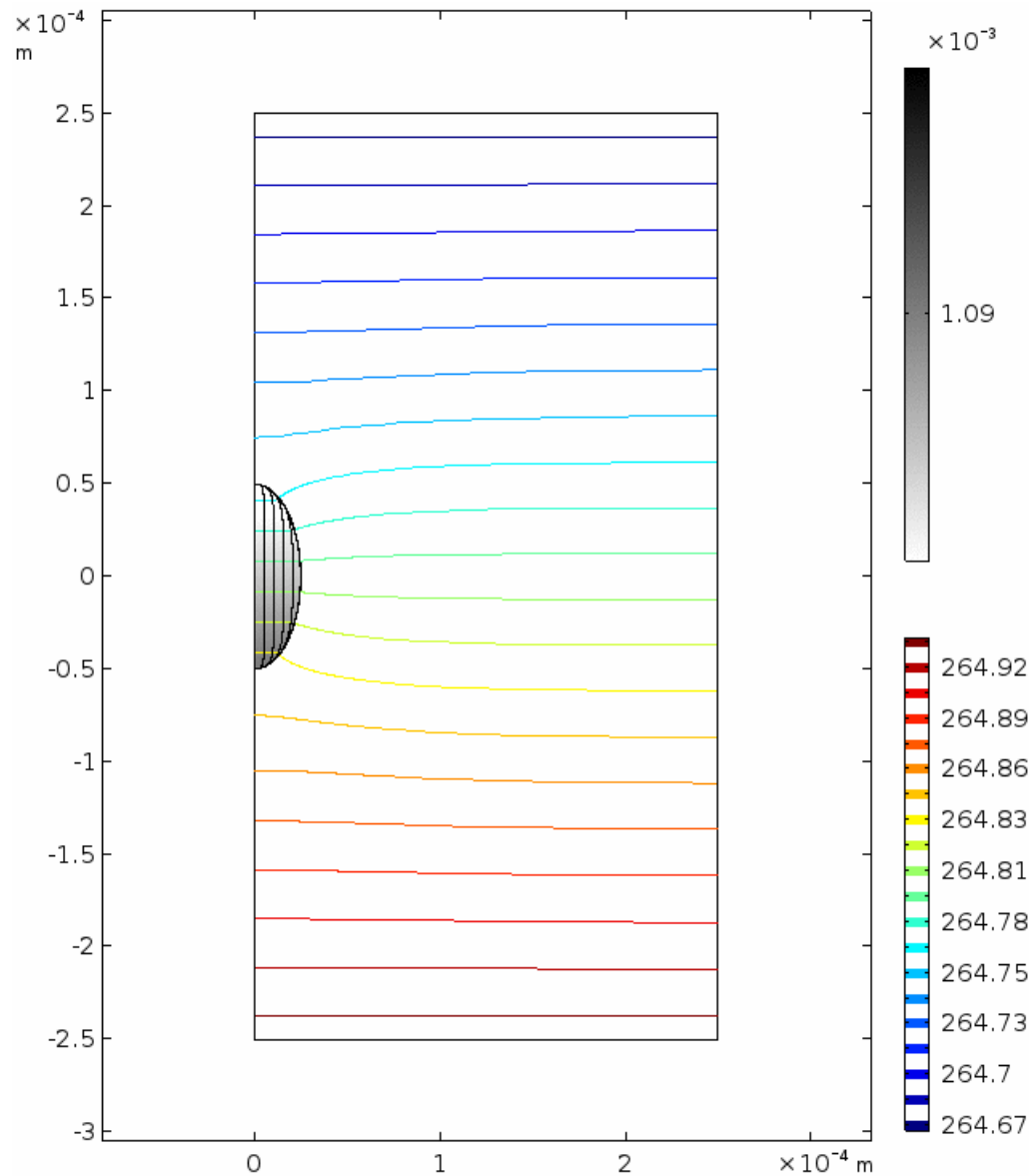
Fluctuations de surface:  
0.025%

# Cavité elliptique verticale



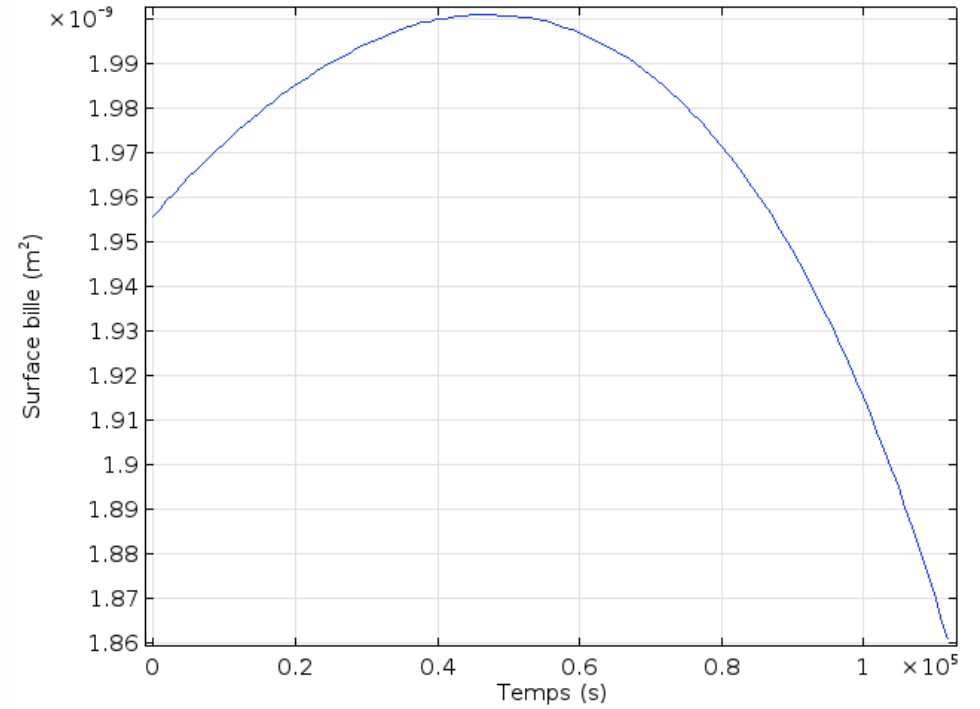
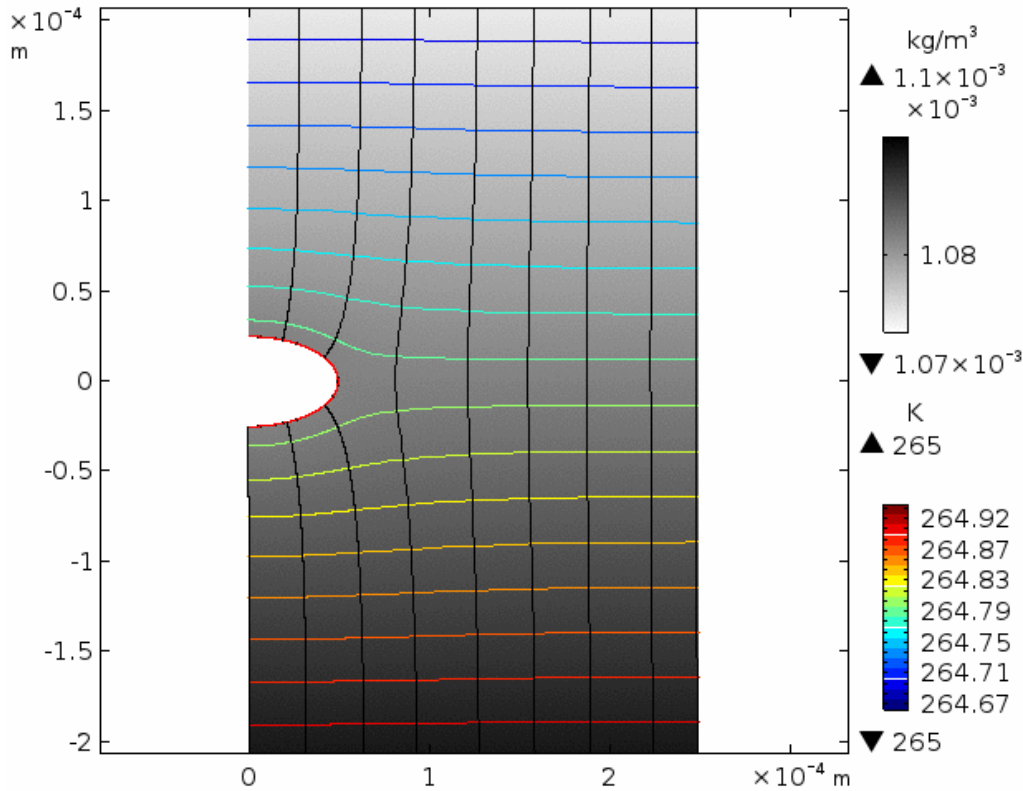
Vitesse:  $1.3 \times 10^{-9}$  m/s

# Cavité elliptique verticale



Variations: 38%, aplatissement

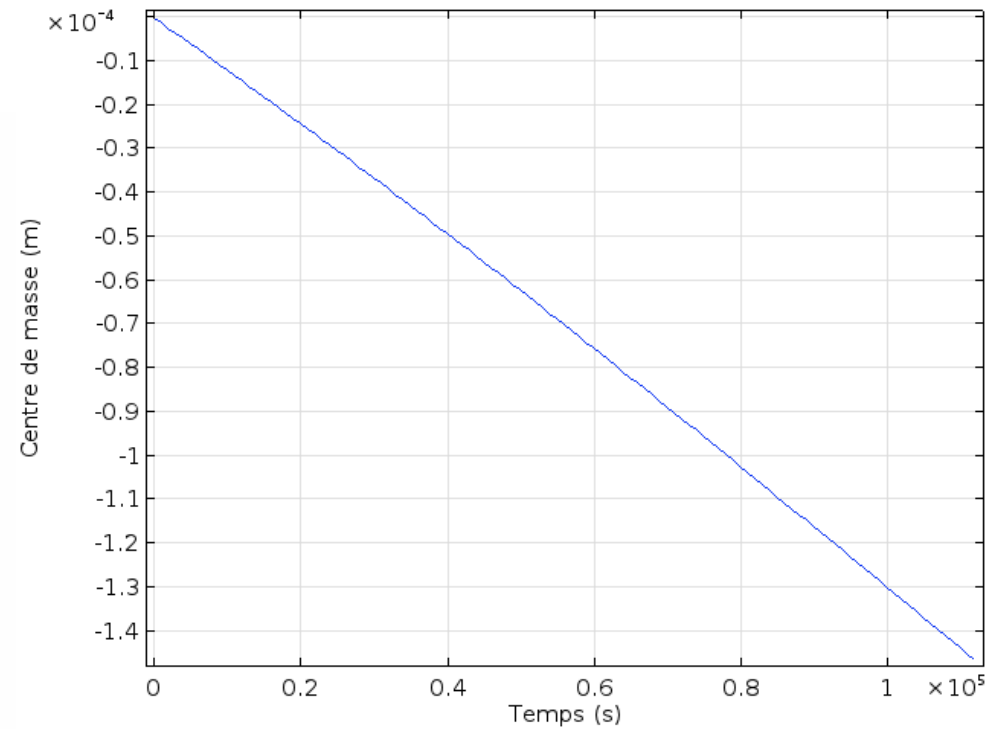
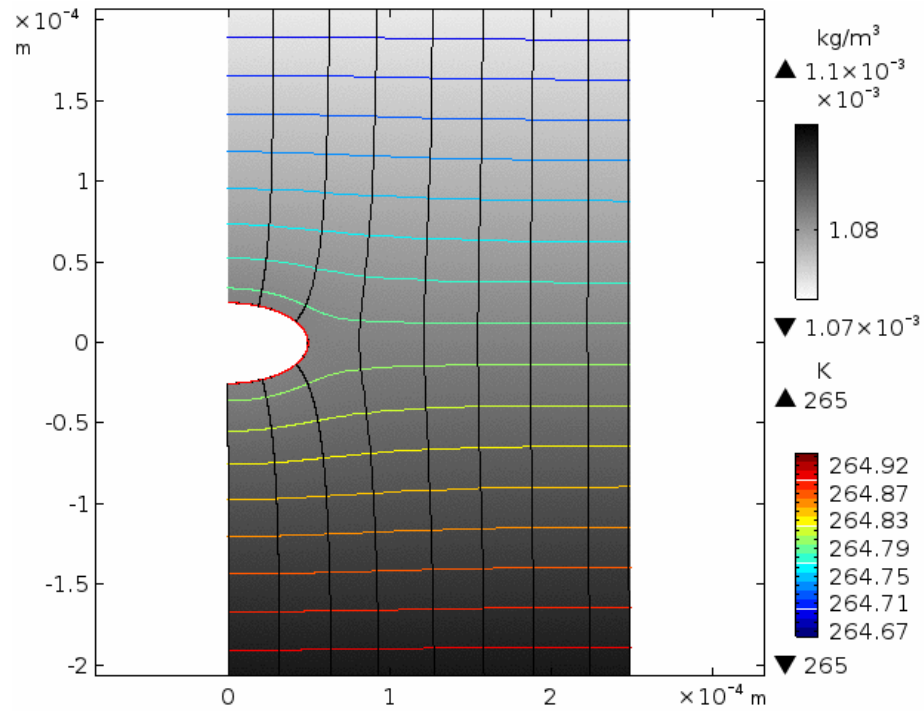
# Bille de glace elliptique



Variation de surface : 6,6%

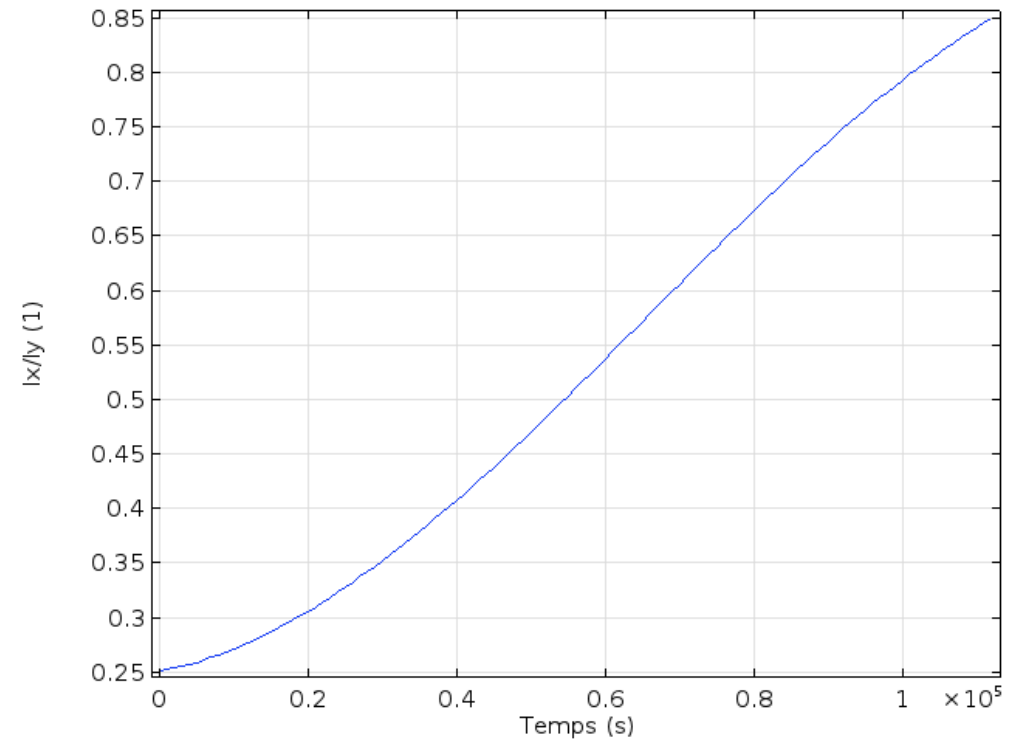
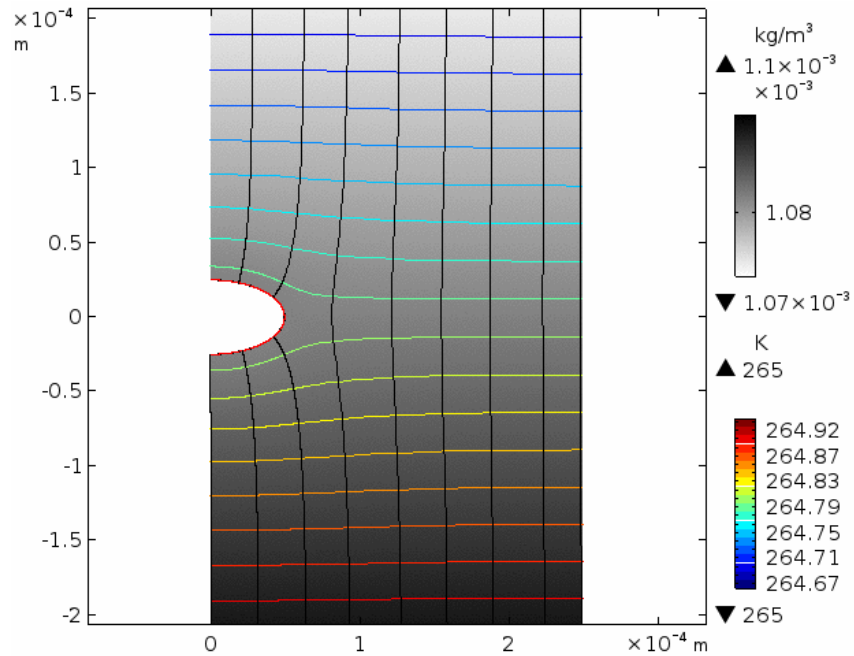


# Bille de glace elliptique



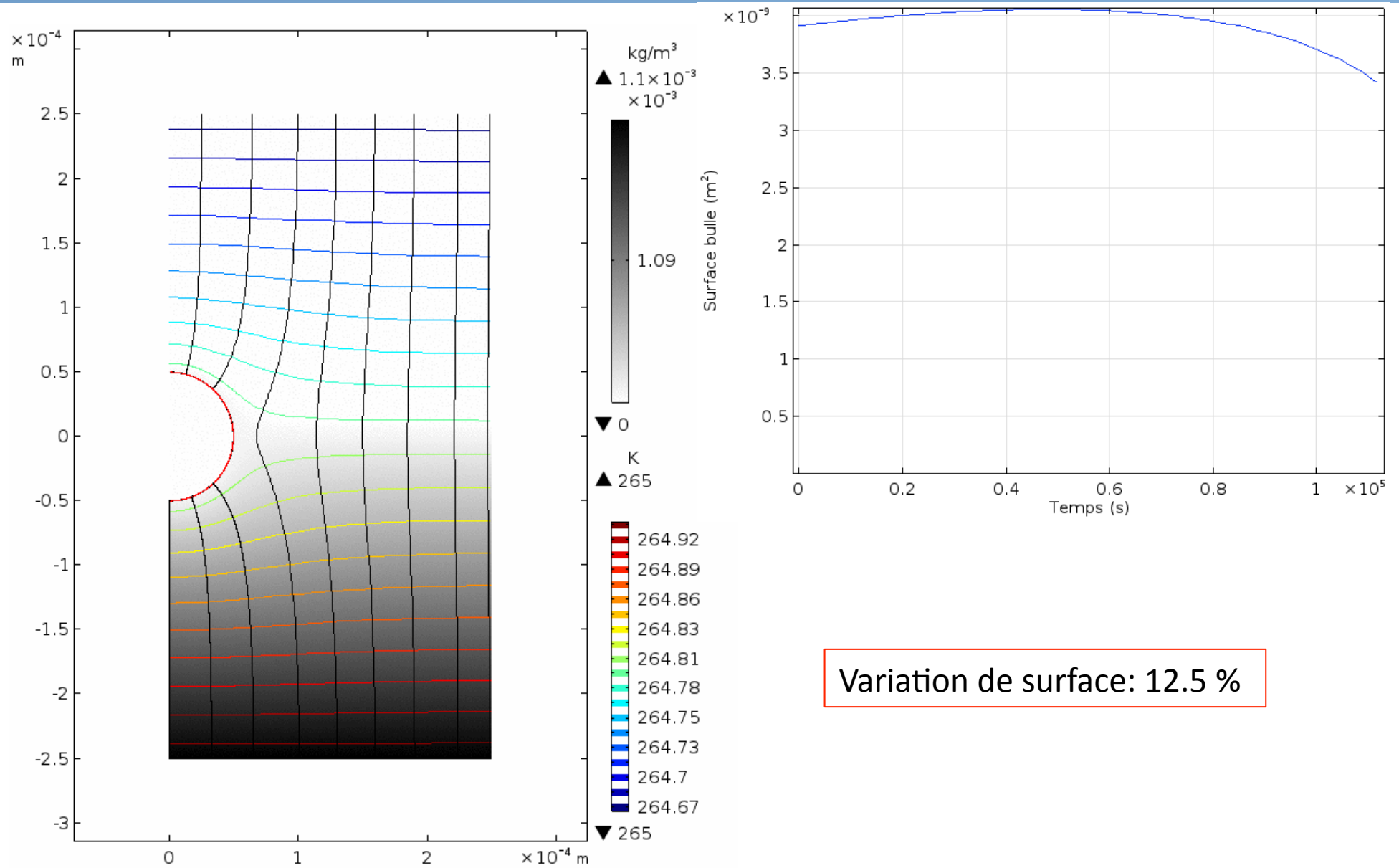
Vitesse :  $1.3 \times 10^{-9}$  m/s

# Bille de glace elliptique

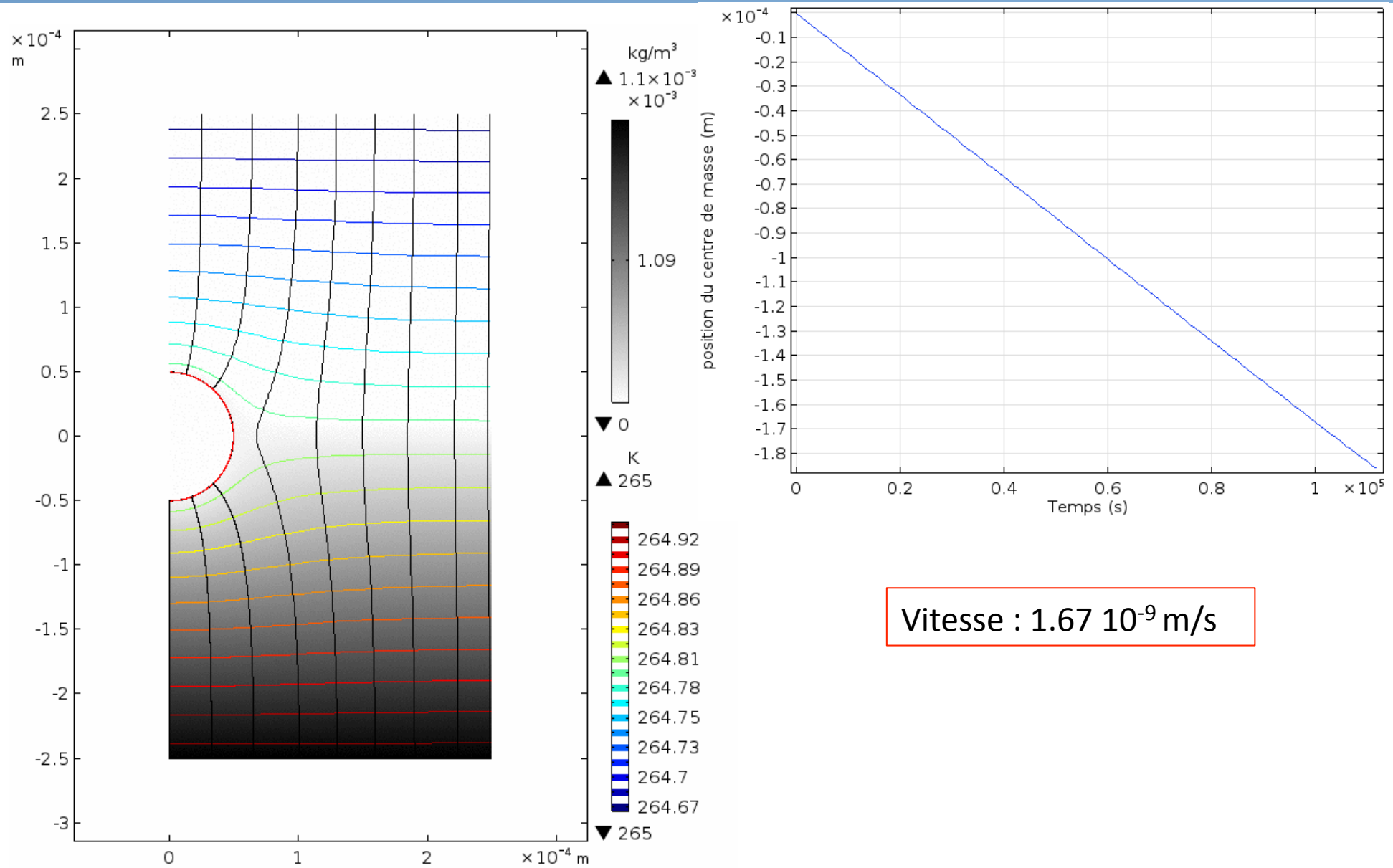


Rapport moment d'inertie: x3

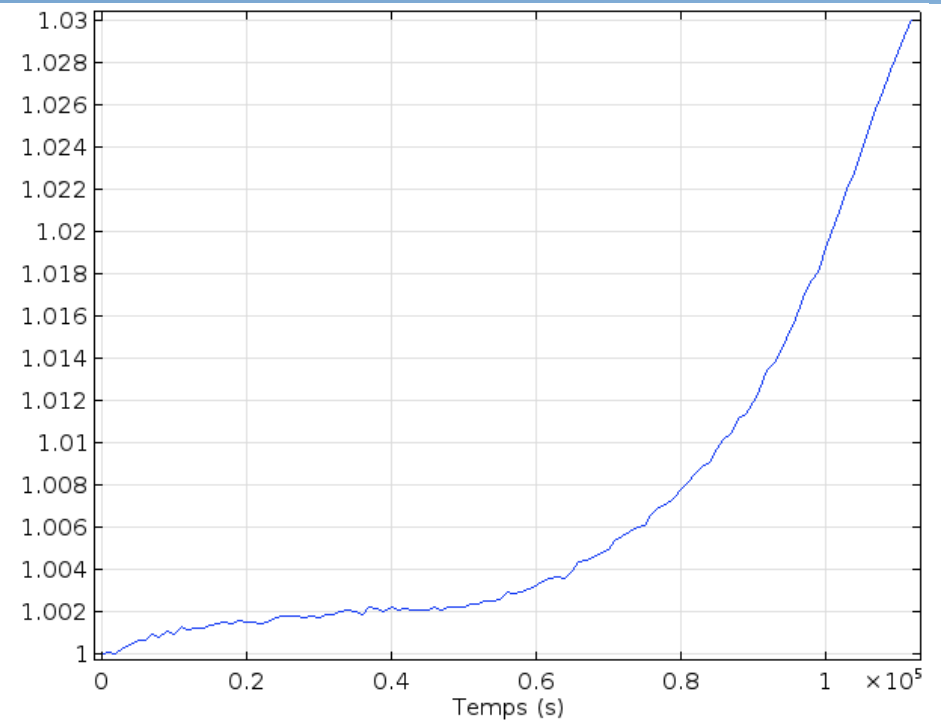
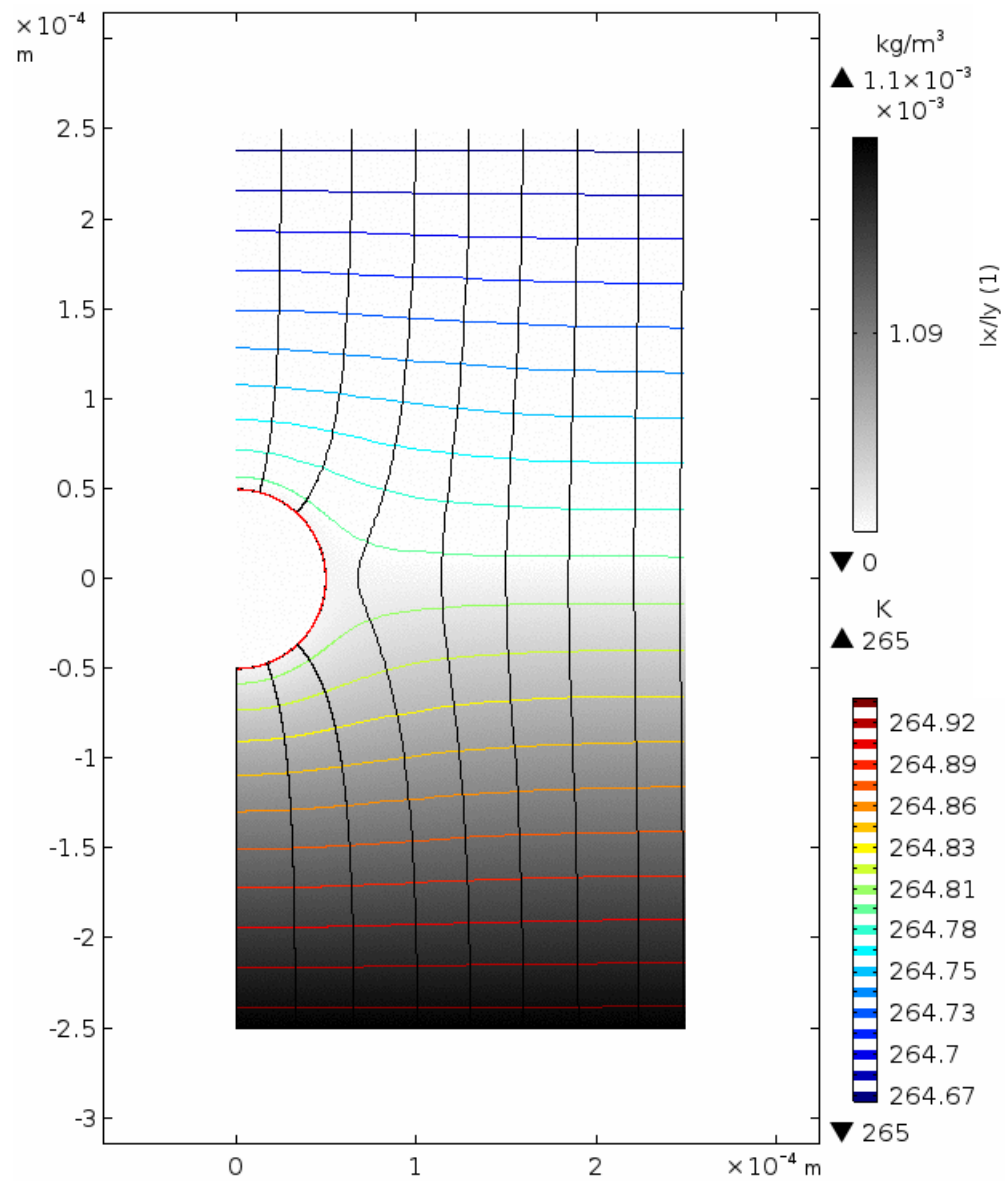
# Bille de glace circulaire



# Bille de glace circulaire



# Bille de glace circulaire



Variation rapport moments  
d'inertie: 3%

# Conclusions

- Aplatissement des cavités
  - Conservation du volume pour les cavités
  - Elongations des billes
  - Déformation moins rapide dans le cas d'une sphère
- 
- Kaempfer And Plapp (cavité de 1 mm): allongement → effet de la taille?

- Kaempfer, T. U., & Plapp, M. (2009). Phase-field modeling of dry snow metamorphism. *Physical Review E*, 79(3), 031502.